

Marius Perianu
Cătălin Stănică
Ștefan Smărândoiu

Mathematik

5. Klasse

I. Lerneinheit – Operationen mit natürlichen Zahlen	9
1. Lektion – Schreiben und Lesen von natürlichen Zahlen	10
2. Lektion – Darstellung auf der Zahlenachse. Vergleichen und Anordnen der natürlichen Zahlen; Näherungswerte, Abschätzungen	14
3. Lektion – Die Addition der natürlichen Zahlen	18
4. Lektion – Die Subtraktion der natürlichen Zahlen	23
5. Lektion – Die Multiplikation der natürlichen Zahlen	27
6. Lektion – Ausklammern	32
Das können wir	34
7. Lektion – Teilung mit Rest 0 der natürlichen Zahlen	35
8. Lektion – Teilung mit Rest der natürlichen Zahlen	39
9. Lektion – Die Potenz einer natürlichen Zahl mit natürlichem Exponenten. Das Quadrat einer natürlichen Zahl	42
10. Lektion – Rechenregeln mit Potenzen	46
11. Lektion – Vergleichen der Potenzen	49
12. Lektion – Darstellung im Zehnersystem. Darstellung im Binärsystem	51
13. Lektion – Die Reihenfolge der Rechenoperationen; Verwendung von runden, eckigen und geschweiften Klammern	54
Das können wir	57
II. Lerneinheit – Arithmetische Methoden zum Lösen von Aufgaben	59
1. Lektion – Die Methode der Zurückführung auf die Einheit	60
2. Lektion – Die Vergleichsmethode	63
3. Lektion – Die graphische Methode	67
4. Lektion – Die Methode des umgekehrten Rechenwegs	72
5. Lektion – Die Methode der falschen Voraussetzung	76
Das können wir	79
III. Lerneinheit – Die Teilbarkeit der natürlichen Zahlen	81
1. Lektion – Die Teilbarkeit der natürlichen Zahlen	82
2. Lektion – Teilbarkeitskriterien	86
3. Lektion – Primzahlen. Zusammengesetzte Zahlen	90
Das können wir	93
IV. Lerneinheit – Gemeine Brüche	95
1. Lektion – Gemeine Brüche. Äquivalente Brüche. Prozente	96
2. Lektion – Vergleichen von Brüchen mit gleichen Nennern/Zählern. Darstellung der gemeinen Brüche auf der Zahlenachse	100
3. Lektion – Einführen und Abspalten der Ganzen in bzw. aus einem Bruch	103
4. Lektion – Der größte gemeinsame Teiler zweier natürlicher Zahlen. Erweitern und Kürzen von Brüchen. Unkürzbare Brüche	105
5. Lektion – Das kleinste gemeinsame Vielfache zweier natürlicher Zahlen. Gleichnamigmachen von Brüchen	110
6. Lektion – Addition und Subtraktion von Brüchen	113
7. Lektion – Die Multiplikation der Brüche	117
8. Lektion – Die Division der Brüche	120
9. Lektion – Die Potenz mit natürlichem Exponenten eines Bruchs	123
10. Lektion – Bruchteile/Prozente einer natürlichen Zahl oder eines gemeinen Bruches	126
Das können wir	130
V. Lerneinheit – Dezimalbrüche	133
1. Lektion – Schreiben der Brüche, deren Nenner Potenzen von 10 sind, als Dezimalbrüche; Umwandeln eines endlichen Dezimalbruches in einen gemeinen Bruch	134
2. Lektion – Näherungswerte; Vergleichen, Ordnen und Darstellen auf der Zahlenachse der endlichen Dezimalbrüche	137
3. Lektion – Addition und Subtraktion der endlichen Dezimalbrüche	140
4. Lektion – Multiplikation der endlichen Dezimalbrüche	143
5. Lektion – Dezimalbrüche als Ergebnis der Division natürlicher Zahlen; Anwendung: das arithmetische Mittel zweier oder mehrerer natürlicher Zahlen; Umwandlung eines gemeinen Bruches in einen Dezimalbruch; Periodizität	146

6. Lektion – Die Division eines endlichen Dezimalbruches durch eine von null verschiedene natürliche Zahl; die Division endlicher Dezimalbrüche. Die Umwandlung eines periodischen Dezimalbruches in einen gemeinen Bruch.	151
7. Lektion – Positive Rationalzahlen. Die Reihenfolge der Operationen mit positiven Rationalzahlen	154
8. Lektion – Arithmetische Methoden zum Lösen von Aufgaben mit Brüchen, wobei auch Maßeinheiten für Länge, Fläche, Volumen, Masse und Geld vorkommen.	157
9. Lektion – Ordnen und Bearbeiten von Daten. Häufigkeit. Liniendiagramme. Mittelwert statistischer Daten.	162
Das können wir	167
VI. Lerneinheit – Elemente der Geometrie	169
1. Lektion – Punkt, Gerade, Ebene, Halbebene, Strahl, Strecke	170
2. Lektion – Die Lagebeziehung von Punkt und Gerade. Kollineare Punkte. "Durch zwei verschiedene Punkte geht eine einzige Gerade." Die Lagebeziehungen zweier Geraden: sich schneidende Geraden, parallele Geraden	174
3. Lektion – Die Länge einer Strecke. Der Abstand zwischen zwei Punkten. Kongruente Strecken	178
4. Lektion – Der Mittelpunkt einer Strecke. Der symmetrische Punkt eines Punktes in Bezug auf einen anderen Punkt	182
5. Lektion – Winkel: Definition, Bezeichnungen, Elemente. Das Innere eines Winkels, das Äußere eines Winkels. Das Messen eines Winkels. Operationen mit Winkelmaßzahlen. Kongruente Winkel. Einteilung der Winkel	186
6. Lektion – Kongruente Figuren. Symmetrieachse	191
Das können wir	196
VII. Lerneinheit – Maßeinheiten	199
1. Lektion – Maßeinheiten für die Länge. Der Umfang.	200
2. Lektion – Maßeinheiten für den Flächeninhalt. Anwendungen: der Flächeninhalt des Quadrates und des Rechtecks.	204
3. Lektion – Maßeinheiten für das Volumen. Das Volumen des Würfels und des Quaders	209
Das können wir	214
Ergebnisse	215

Fähigkeiten

ALLGEMEINE FÄHIGKEITEN

1. Identifizieren von mathematischen Daten, Dimensionen und Beziehungen in dem Kontext, in dem sie auftreten.
2. Verarbeitung von quantitativen, qualitativen und strukturellen mathematischen Daten aus verschiedenen Informationsquellen.
3. Verwendung spezifischer Konzepte und Algorithmen in verschiedenen mathematischen Kontexten.
4. Mathematische Formulierung der Informationen, Schlussfolgerungen und Lösungen für eine gegebene Situation.
5. Analysieren der mathematischen Merkmale einer gegebenen Situation.
6. Mathematische Modellierung einer gegebenen Situation aus verschiedenen Bereichen.

BESONDERE FÄHIGKEITEN

- 1.1. Identifizieren von natürlichen Zahlen in verschiedenen Kontexten.
- 1.2. Identifizieren von gemeinen oder Dezimalbrüchen in verschiedenen Kontexten.
- 1.3. Identifizieren von elementaren geometrischen Begriffen und Maßeinheiten in verschiedenen Kontexten.
- 2.1. Rechnen mit natürlichen Zahlen mithilfe der arithmetischer Operationen und ihrer Eigenschaften.
- 2.2. Rechnen mit Brüchen mithilfe der Eigenschaften arithmetischer Operationen.
- 2.3. Verwenden von geometrischen Instrumenten zum Messen oder Zeichnen von geometrischen Konfigurationen.
- 3.1. Anwenden der Regeln zum Rechnen mit natürlichen Zahlen und zur Teilbarkeit.
- 3.2. Verwenden von Algorithmen zum Rechnen mit gemeinen Brüchen oder Dezimalbrüchen.
- 3.3. Bestimmen von Umfängen, Flächen (Quadrat, Rechteck) und Volumen (Würfel, Quader) und deren Maßeinheiten.
- 4.1. Ausdruck in mathematischer Sprache von Eigenschaften, die sich auf Vergleiche, Approximationen, Schätzungen und Rechnen mit natürlichen Zahlen beziehen.
- 4.2. Verwenden der für Bruchteile/Prozent spezifischen Sprache in bestimmten Situationen.
- 4.3. Umsetzen von praktischen Aufgaben bezogen auf Umfang, Fläche, Volumen in die Fachsprache und die passende Umwandlung von Maßeinheiten.
- 5.1. Analysieren von Situationen, in denen natürliche Zahlen auftreten, um die Gültigkeit einiger Berechnungen abzuschätzen oder zu überprüfen.
- 5.2. Analysieren einiger Situationen, in denen Brüche auftreten, um die Gültigkeit einiger Berechnungen zu schätzen oder zu überprüfen.
- 5.3. Untersuchung einer geometrischen Konfiguration durch Erkennen ihrer Elemente, ihrer Maße und der Beziehungen zwischen ihnen.
- 6.1. Mathematische Modellierung einer gegebenen Situation mithilfe natürlicher Zahlen, Lösen von Aufgaben durch arithmetische Methoden und Deutung der Ergebnisse.
- 6.2. Mathematische Darstellung einer gegebenen Situation mithilfe von Brüchen in einem intra- und interdisziplinären Kontext (Geographie, Physik, Ökonomie usw.).
- 6.3. Analysieren von praktischen Problemen mithilfe der Geometrie und der Maßeinheiten und Deuten der Ergebnisse.

I Operationen mit natürlichen Zahlen

1 Lektion Schreiben und Lesen von natürlichen Zahlen

Mathe im Alltag

Bei einem Besuch im Geschichtsmuseum zeigt der Museumsführer den Schülern mehrere alte Manuskripte, die hier abgebildet sind.

Er erklärt den Schülern, dass die Zeichen 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 arabische Ziffern heißen und die Zeichen I II III IV V VI VII VIII IX römische Ziffern.

Die arabischen Ziffern stammen aus der indischen Kultur und wurden von den Arabern übernommen. Anfangs verwendeten die Araber für die Ziffern von 1 bis 9 folgende Zeichen: ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ,

während die indischen Mathematiker die Zeichen ० १ २ ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९ verwendeten.

Die heutzutage am meisten verwendeten Ziffern sind die arabischen.

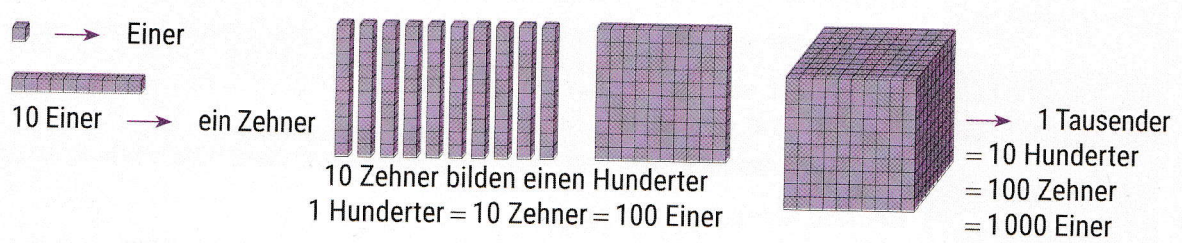
Merke!

Die natürlichen Zahlen wurden aus praktischen Gründen eingeführt, um Dinge, Gegenstände, Lebewesen zu zählen und zu ordnen. Um eine natürliche Zahl zu schreiben, werden eines oder mehrere der folgenden Symbole verwendet, die *arabische Ziffern* heißen:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9.

Jede natürliche Zahl ist eine Folge von Ziffern, die sich wiederholen können, wobei die erste Ziffer nicht 0 ist, falls die Zahl aus mehr als einer Ziffer besteht. Jede solche Ziffernfolge ist eine natürliche Zahl. Besteht eine natürliche Zahl aus zwei Ziffern, heißt sie *zweistellig*, besteht sie aus drei Ziffern, heißt sie *dreistellig* usw. Diese Schreibweise einer natürlichen Zahl heißt *Schreibweise im Zehnersystem* oder *Schreibweise in der Basis zehn*, **da zehn Einheiten einer bestimmten Ordnung eine Einheit der nächsthöheren Ordnung bilden.**

Wir erinnern uns aus der 4. Klasse:



In der Schreibung einer natürlichen Zahl entspricht der Position jeder Ziffer ein Stellenwert:

- Die erste Ziffer von rechts stellt die Einer dar (ihr Stellenwert ist 1);
- Die zweite Ziffer von rechts stellt die Zehner dar (ihr Stellenwert ist 10);
- Die dritte Ziffer von rechts stellt die Hunderter dar (ihr Stellenwert ist 100);
- Die vierte Ziffer von rechts stellt die Tausender dar (ihr Stellenwert ist 1000) usw.

Um eine natürliche Zahl zu lesen, gruppieren wir die Ziffern von rechts beginnend zu je drei. Jede Zifferngruppe enthält drei aufeinanderfolgende Stellenwerte: Einer, Zehner und Hunderter. Zehn Einheiten eines bestimmten Stellenwerts bilden eine Einheit des nächsthöheren Stellenwerts.

Von rechts nach links haben wir: die Gruppe der Einer, die Gruppe der Tausender, die Gruppe der Millionen, die Gruppe der Milliarden usw.

Das Zehnersystem ist ein *Stellenwertsystem*, da der Wert einer Ziffer von der Stelle abhängt, an der sie sich befindet.

Gruppe der Millionen			Gruppe der Tausender			Gruppe der Einer		
Stellenwert hundert Millionen	Stellenwert zehn Millionen	Stellenwert eine Million	Stellenwert Hundert- tausender	Stellenwert Zehntau- sender	Stellenwert Tausender	Stellenwert Hunderter	Stellenwert Zehner	Stellenwert Einer
9	8	7	6	5	4	3	2	1

Beispiel:

In der Zahl 23 472 508 216 erscheint die Ziffer 2 dreimal und bedeutet, von rechts nach links, folgendes: Hunderter, Millionen bzw. zehn Milliarden.

hundert Milliarden	zehn Milliarden	Milliarden
	2	3
Gruppe der <i>Milliarden</i>		

hundert Millionen	zehn Millionen	Millionen
4	7	2
Gruppe der <i>Millionen</i>		

hundert Tausend	zehn Tausend	Tausender
5	0	8
Gruppe der <i>Tausender</i>		

Hunderter	Zehner	Einer
2	1	6
Gruppe der <i>Einer</i>		

Die Zahl wird von links nach rechts gelesen, indem in jeder Gruppe zuerst deren Zahl, dann der Namen der Gruppe ausgesprochen wird: dreiundzwanzig Milliarden vierhundertzweiundsiebzig Millionen fünfhundertachttausendzweihundertsechzehn.

Bemerkungen

1. Die dezimale Zerlegung. Jede natürliche Zahl kann eindeutig als eine Summe von Produkten geschrieben werden, in denen jede Ziffer mit ihrem Stellenwert multipliziert ist (also mit 1, 10, 100, 1000 usw.).

Beispiele:

$$1. 37 = 3 \cdot 10 + 7; \quad \overline{ab} = 10 \cdot a + b.$$

$$2. 275 = 2 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 5; \quad \overline{abc} = 100 \cdot a + 10 \cdot b + c.$$

$$3. 8086 = 8 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 6; \quad \overline{abcd} = 1000 \cdot a + 100 \cdot b + 10 \cdot c + d.$$

2. Gerade und ungerade Zahlen. Natürlichen Zahlen, deren letzte Ziffer (also die Ziffer der Einheiten) 0, 2, 4, 6 oder 8 ist, heißen gerade natürliche Zahlen und jene, deren letzte Ziffer 1, 3, 5, 7 oder 9 ist, heißen ungerade natürliche Zahlen.

Beispiele:

- Die Zahlen 21, 35, 129 und 3457 sind ungerade, denn sie enden auf 1, 5, 9, bzw. 7.
- Die Zahlen 54, 128, 3526, 1372 sind gerade, denn sie enden auf 4, 8, 6, bzw. 2.

3. Die Folge der natürlichen Zahlen. Schreibt man die natürlichen Zahlen in der Form $0, 1, 2, 3, \dots, 23, 24, 25, \dots, n, n+1, n+2, \dots$ so spricht man von der *Folge der natürlichen Zahlen*. Zwei benachbarte Zahlen in dieser Folge heißen aufeinanderfolgende natürliche Zahlen.

Beispiele:

- 17 und 18 sind aufeinanderfolgende natürliche Zahlen.
- 45, 46, 47 sind drei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen.
- Ist n eine beliebige natürliche Zahl, dann sind $n, n+1$ und $n+2$ aufeinanderfolgende natürliche Zahlen.

Typische Aufgaben. Ideen, Methoden, Lösungstechniken

1. Bestimmt die Ziffern a, b und c , wenn man weiß, dass $789 = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$.

Lösung:

$$a \cdot 100 + b \cdot 10 + c = \overline{abc} \text{ und man erhält } 789 = \overline{abc}.$$

Folglich $a=7, b=8$ und $c=9$.

2. a) Wie viele Ziffern wurden verwendet, um ein Buch von 80 Seiten zu nummerieren?

b) Um ein Mathematikbuch zu nummerieren, wurden 468 Ziffern verwendet.

Wie viele Seiten hat das Buch?

Lösung:

a) Für die Seiten 1 bis 9 wurden 9 Ziffern verwendet.

Von 10 bis 80 sind $80 - 10 + 1 = 71$ zweistellige Zahlen, also wurden $71 \cdot 2 = 142$ Ziffern verwendet.

Um das ganze Buch zu nummerieren, wurden demnach $9 + 142 = 151$ Ziffern verwendet.

b) Von 1 bis 9 wurden 9 Ziffern verwendet. Es bleiben $468 - 9 = 459$ verwendete Ziffern.
 Von 10 bis 99 wurden 180 Ziffern verwendet. Es bleiben $459 - 180 = 279$ verwendete Ziffern. Die 279 Ziffern kommen in dreistelligen Zahlen vor, also wurden mit ihnen $279 : 3 = 93$ Seiten nummeriert.
 Das Buch hat $100 + 93 - 1 = 192$ Seiten.

3. Bestimmt die natürlichen Zahlen der Form $\overline{ab}$, wenn man weiß, dass $a + 2b = 11$.

Lösung:

Da für $b \geq 6$ gilt $a + 2b > 11$, bleiben für die Werte von b folgende Fälle.

Fall I: Für $b = 5$, erhält man $a = 1$.

Fall II: Für $b = 4$, erhält man $a = 3$.

Fall III: Für $b = 3$, erhält man $a = 5$.

Fall IV: Für $b = 2$, erhält man $a = 7$.

Fall V: Für $b = 1$, erhält man $a = 9$.

Fall VI: Für $b = 0$, erhält man $a = 11$, das ist jedoch nicht eine Ziffer.

Die gesuchten Zahlen sind 15, 34, 53, 72 und 91.

Übungsaufgaben

1. Schreibt folgende natürliche Zahlen in Buchstaben:

a) 843 027;

b) 500 002;

c) 5017;

d) 11 111;

e) 21 005;

f) 403 067;

g) 120 004;

h) 20305023.

2. Übertragt folgende Tabelle in euer Heft und füllt die Felder aus, in denen sich Punkte befinden:

Natürliche Zahl	Ziffer der natürlichen Zahl	Stellenwert der Ziffer	Gruppe der Ziffer
1 234 567	3	Zehner	Tausender
54 678	7	...	...
23 456 981	9	Hunderter	...
1 234 567	2	...	...
23 456 981	4	...	Tausender

3. Schreibt folgende Zahlen in Ziffern in eine Tabelle der unten angegebenen Art:

a) siebenundzwanzig;

b) dreihundertachtundfünfzigtausend;

c) fünftausendacht;

d) neuntausendachthundertfünf;

e) zwei Millionen achthundertsiebenunddreißigtausendzwei;

f) sieben Millionen dreitausendsechshundertfünf.

Gruppe der Millionen			Gruppe der Tausender			Gruppe der Einer		
H	Z	E	H	Z	E	H	Z	E

4. Wie viele Zahlen zwischen 30 und 60 enthalten:

a) die Ziffer 4;

b) zwei gleiche Ziffern;

c) die Ziffern 1 oder 8?

5. a) Bestimmt die Zahlen der Form $\overline{abc}$, wenn man weiß, dass $\overline{abc} = 3 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 9$.

b) Bestimmt die Ziffern a, b, c , wenn $324 = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$.

c) Bestimmt die Ziffern a, b, c, d , wenn $\overline{a3c4} = 5 \cdot 1000 + b \cdot 100 + 7 \cdot 10 + d$.

6. a) Wie viele Ziffern wurden verwendet, um ein Buch von 320 Seiten zu nummerieren?

b) Zur Nummerierung eines Buches wurden 612 Ziffern verwendet. Wie viele Seiten hat das Buch?

7. Zeichnet folgende Tabelle in euer Heft und füllt die Felder, die Punkte enthalten, aus:

Natürliche Zahl	Ziffer der Einheiten	Ziffer der Zehner	Ziffer der Hunderter	Ziffer der Tausender	Ziffer der Zehn-tausender	Ziffer der Hundert-tausender	Ziffer der Millionen
2045632	...	3	...	...	4	...	...
...	2	8	1	1	9	4	7
9305467	7	...	...	5	...	...	9

8. Für jede der untenstehenden Folgen soll die Regel gefunden werden, nach der sie gebildet wurden, und zu jeder drei weitere Glieder hinzugeschrieben werden:

- a) 10, 16, 22, ...; b) 10, 21, 32, ...; c) 2, 6, 18, ...;
 d) 5, 11, 23, ...; e) 4, 11, 32, ...; f) 12, 23, 34, ...

9. a) Schreibt drei ungerade Zahlen, für die das Produkt ihrer Ziffern 6 ist.

b) Schreibt vier gerade Zahlen, so dass das Produkt ihrer Ziffern 10 ist.

10. a) Bei wie vielen natürlichen Zahlen der Form $\overline{aba}$ ist das Produkt ihrer Ziffern 4?

b) Bei wie vielen natürlichen Zahlen der Form $\overline{abcabc}$ ist das Produkt ihrer Ziffern 6?

11. a) Bestimmt die natürlichen Zahlen der Form $\overline{ab}$, für die $a + b = 3$.

b) Bestimmt die natürlichen Zahlen der Form $\overline{abc}$, für die $a + 2b + c = 6$.

c) Bestimmt die Zahlen der Form $\overline{ab}$, wenn man weiß, dass $\overline{ab3}$, $\overline{aba}$ und $\overline{a25}$ aufeinanderfolgende natürliche Zahlen sind.

Gruppenarbeit

Besuch im Geschichtsmuseum

Die Schüler werden in drei Gruppen eingeteilt und erhalten folgende Aufgaben:

Gruppe 1. Die Schüler stellen fest, dass das Museum durch königliches Dekret genehmigt wurde, das König Carol I. am 23. August des Jahres $\overline{abba}$ erlassen hatte. Bestimmt das Jahr der Erlassung des Dekrets, wenn man weiß, dass die Ziffernsumme der Jahreszahl 18 ist.

Gruppe 2. Maria hat sich beim Museum durch eine E-Mail bedankt und dafür eine Einladung zu einer Ausstellung mit witzigen Plakaten erhalten. Die Ausstellung wird $\overline{ab}$ Plakate enthalten, die von den Klassen 1 – 4 erstellt wurden, und $\overline{ba}$ Plakate, erstellt von den Klassen 5 – 8. Wenn die Gesamtzahl der Plakate 33 beträgt und die Schüler der Klassen 1 – 4 mehr Plakate erstellt haben als jene der Klassen 5 – 8, soll bestimmt werden, wie viele Plakate jede Gruppe von Klassen erstellt hat.

Gruppe 3. Die Schüler nehmen am Wettbewerb *Mein liebstes Museumsobjekt* teil, wobei sie das Objekt vorstellen müssen. Vlad hat als Objekt ein Buch gewählt. Er behauptet, zur Nummerierung der Buchseiten seien 1086 Ziffern verwendet worden. Bestimmt die Seitenzahl des Buches, das Vlad gewählt hat.



Minitest

1. Schreibt in Ziffern die Zahlen:

- a) dreihunderttausendneunundsiebzig;
 b) eine Million viertausendfünf;
 c) achtunddreißigtausendneun.

3 Punkte

2. Schreibt in Buchstaben die Zahlen:

- a) 12006023; b) 204509; c) 10078.

3 Punkte

3. Findet heraus, wie viele Ziffern beim Schreiben der Zahlen zwischen 125 und 312 verwendet werden.

2 Punkte

4. Bestimmt alle Zahlen der Form $\overline{ab}$, wenn $a + b \leq 4$.

1 Punkt

Von Amts wegen 1 Punkt

2. Lektion

Darstellung auf der Zahlenachse. Vergleichen und Anordnen der natürlichen Zahlen; Näherungswerte, Abschätzungen

2.1. Darstellung der Zahlen auf der Zahlenachse

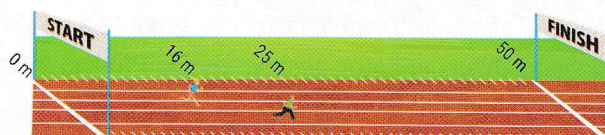
Wie löst man das?

1. Am Morgen stellt Dina fest, dass das Thermometer 22 Grad anzeigt. Als sie um 14 Uhr aus der Schule kommt, zeigt das Thermometer 28 Grad.

Ist es um 14 Uhr wärmer als am Morgen?

Antwort: Es ist wärmer, da auf der Thermometerskala $28 > 22$.

2. Vlad und Dina trainieren auf einer Laufbahn von 50 Meter Länge. Sie laufen aus dem Punkt O ab, der auf der Laufbahn mit 0 Meter markiert ist. Wenn Vlad sich im Punkt T der Laufbahn mit der Markierung 25 Meter befindet, ist Dina im Punkt Q mit der Markierung 16 Meter. Wer ist näher am START und wer ist näher am FINISH?

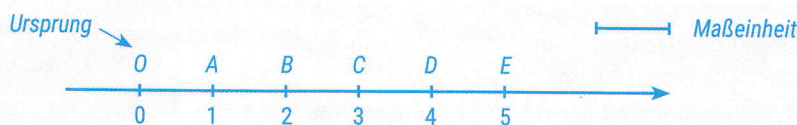


Antwort: $16 < 25$, also ist Vlad näher am FINISH. $25 > 16$, also ist Dina näher am START.

Merke!

Eine Gerade, auf der ein Punkt, genannt *Ursprung*, festgelegt wurde, dazu ein Durchlaufsin von links nach rechts, genannt *positiver Sinn*, sowie eine Strecke, genannt *Maßeinheit*, heißt *Zahlenachse* oder *Zahlenstrahl*. Jeder natürlichen Zahl entspricht auf der Zahlenachse ein einziger Punkt. Die betreffende Zahl heißt *Koordinate des Punktes*. Der Ursprung hat die Koordinate 0 (null).

Beispiel



Auf dieser Zahlenachse sind die Punkte $O(0)$, $A(1)$, $B(2)$, $C(3)$, $D(4)$ und $E(5)$ dargestellt. Wir lesen: „der Punkt O mit der Koordinate 0“, „der Punkt A mit der Koordinate 1“, „der Punkt D mit der Koordinate 4“ usw.

2.2. Vergleichen und Anordnen der natürlichen Zahlen

Merke!

Haben zwei natürliche Zahlen nicht die gleiche Anzahl von Stellen, so ist jene Zahl größer, die mehr Stellen hat. Haben zwei natürliche Zahlen dieselbe Anzahl von Stellen, dann vergleicht man von links nach rechts die Ziffern mit demselben Stellenwert. Jene Zahl ist die größere, bei der man zuerst eine größere Ziffer antrifft. Zum Vergleichen der Zahlen verwendet man folgende Zeichen: $=$, $<$, $>$, $\leq$, $\geq$.

Beispiele

1. $546 < 1234$, da 1234 vier Ziffern hat und 546 nur drei.
2. $9999 < 10001$, da 10001 fünf Ziffern hat und 9999 nur vier.
3. $123 < 193$, da die Zahlen gleich viele Stellen haben und $2 < 9$.
4. $540 > 440$, da die Zahlen gleich viele Stellen haben und $5 > 4$.
5. $1234 < 1237$, da die Zahlen gleich viele Stellen haben und $4 < 7$.



Bemerkungen

Werden zwei natürliche Zahlen auf der Zahlenachse dargestellt, dann ist jene größer, die rechts von der anderen liegt.



3 ist kleiner als 4, da der Punkt $D(4)$ auf der Achse rechts vom Punkt $C(3)$ liegt.